

ΚΕΦΑΛΑΙΟ

1

Κυριάκος Ψαρράκος

Κλασική μηχανική,
σχετικότητας, κβαντική θεωρία

1. Κλασική μηχανική, σχετικότητας, κβαντική θεωρία

1.1. Ιοντίζουσες ακτινοβολίες

Μετά την ανακάλυψη της ραδιενέργειας από τον Henri Becquerel το 1896 πολλοί επιστήμονες προσπάθησαν να προσδιορίσουν την φύση των ανακαλυφθέντων ακτινοβολιών. Η έρευνα απέδειξε ότι οι πυρηνικές ακτινοβολίες ήταν τριών ειδών, τα σωματίδια α (ή ακτίνες α) που είναι πυρήνες ηλίου με θετικό φορτίο, τα σωματίδια β με ένα αρνητικό φορτίο και μάζα ίση με την μάζα των ηλεκτρονίων και οι ακτίνες γ (ή ακτινοβολία γ) που τελικά απεδείχθησαν ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία μικρού μήκους κύματος όπως οι παρόμοιες ακτίνες X που ανακαλύφθηκαν το 1895 από τον Roentgen.

Με την πρόοδο της έρευνας ανακαλύφθηκαν και άλλες πυρηνικές ακτινοβολίες όπως πρωτόνια, νετρόνια, ποζιτρόνια, διαφόρων τύπων μεσόνια που οι ιδιότητές τους τα κατέτασσαν περισσότερο στα σωματίδια παρά στα κύματα.

Σήμερα για να ερμηνεύσουμε τα διάφορα φυσικά φαινόμενα των πυρηνικών ακτινοβολιών άλλοτε θεωρούμε ότι αυτές έχουν σωματιδιακή υπόσταση και άλλοτε κυματική, χωρίς να γνωρίζουμε επακριβώς την φύση τους.

Ένα κοινό γνώρισμα όλων των παραπάνω ακτινοβολιών συμπεριλαμβανομένων και της ακτινοβολίας X είναι ότι κατά την αλληλεπίδρασή τους με την ύλη την ιοντίζουν. Γι' αυτό ανήκουν στην λεγόμενη κατηγορία των ιοντίζουσών ακτινοβολιών.

1.2. Στοιχεία Μηχανικής - Μονάδες

Η κλασική θεώρηση ενός σωματιδίου εννοεί κάποια δομή ύλης που παρουσιάζει αδράνεια ή αλλιώς προβάλλει αντίσταση στην μεταβολή της κινητικής της κατάστασης. Το μέτρο αυτής της αδράνειας είναι η μάζα του σωματιδίου. Με πειράματα ακριβείας έχει βρεθεί ότι η μάζα του ηλεκτρονίου είναι 9.11×10^{-31} Kg. Στην κλασική μηχανική με την έννοια της μάζας m συνδέεται και η έννοια της ταχύτητας v του σωματιδίου, η έννοια της ορμής του

mv και της κινητικής του ενέργειας $1/2 mv^2$. Η ταχύτης v μπορεί να έχει τιμές από 0 έως c την ταχύτητα του φωτός.

Στον μικρόκοσμο της Ατομικής και Πυρηνικής Φυσικής το μέγεθος των σωματιδίων δεν είναι επακριβώς καθορισμένο αλλά εξαρτάται από την μέθοδο της μετρήσεως.

Στην Ατομική και Πυρηνική Φυσική εμφανίζονται πολλές φορές περιστροφικές κινήσεις. Ας υποθέσουμε ένα υλικό σημείο μάζης m περιστρεφόμενο με ακτίνα περιστροφής r γύρω από σταθερό κέντρο περιστροφής (Σχήμα 1.1).

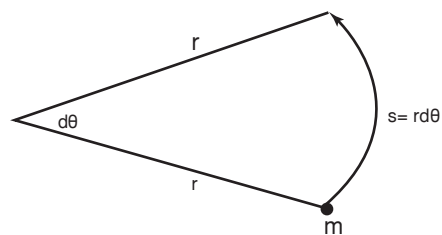
Η γωνιακή ταχύτητα θα είναι

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

Η κινητική ενέργεια $T = 1/2 mv^2 = 1/2 (mr^2)\omega^2$. Το γινόμενο $mr^2 = I$ ονομάζεται ροπή αδράνειας. Η γωνιακή ροπή δίδεται από την σχέση $P_\theta = (mr^2)\omega$.

Στην Ακτινοφυσική και στην Πυρηνική και Ατομική Φυσική ισχύουν όπως και στην κλασική Μηχανική τα αξιώματα της διατηρήσεως της ενεργείας και της ροπής, γραμμικής και περιστροφικής. Σαν ενέργεια μπορεί να θεωρηθεί σύμφωνα με την παραδοχή του Einstein και η μάζα.

Στην Ατομική και Πυρηνική Φυσική *σαν μονάδα μάζας (1 u)* χρησιμοποιείται εξ ορισμού μάζα



Σχήμα 1.1. Περιστροφή υλικού σημείου.

ίση με το 1/12 της μάζας του ατόμου του άνθρακα που έχει 12 νουκλεόνια (^{12}C). Σε Kg, $1 \text{ u} = 1.66054 \times 10^{-27} \text{ Kg}$.

Σαν μονάδα ενέργειας στην Ατομική και Πυρηνική Φυσική χρησιμοποιείται **το ηλεκτρονιοβόλτ (eV)** που είναι η ενέργεια που αποκτά ένα ηλεκτρόνιο όταν βρεθεί σε διαφορά δυναμικού 1 Volt. Είναι:

$$1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Joule}$$

Χρησιμοποιούνται και τα πολλαπλάσια keV, MeV, GeV.

1.3. Θεωρία σχετικότητας

Η κλασική Φυσική για μεγάλο χρονικό διάστημα χρησιμοποίησε μία αρχή, γνωστή σαν σχετικότητα του Γαλιλαίου, σύμφωνα με την οποία είναι αδύνατο με οποιοδήποτε πείραμα Μηχανικής να καθορισθεί η απόλυτη ταχύτητα του εργαστηρίου μέσα στο οποίο διεξάγεται το πείραμα. Έτσι ένα πείραμα σε σώματα που υφίστανται ελευθέρως πτώση θα δίδει τα αυτά ακριβώς αποτελέσματα είτε διεξάγεται σε σταθερό εργαστήριο είτε μέσα σε βαγόνο ενός κινουμένου τραίνου. Ο Einstein επεξέτεινε αυτή την αρχή λέγοντας ότι κάθε πείραμα και ιδιαίτερος κάθε πείραμα μετρήσεως της ταχύτητας του φωτός, θα δώσει τα αυτά αποτελέσματα σε εργαστήρια που μετακινούνται το ένα ως προς το άλλο με σταθερή ταχύτητα.

Με βάση την παραπάνω ιδέα ο Einstein θεμελίωσε την **ειδική θεωρία της σχετικότητας** την οποία επεξέτεινε αργότερα **στην γενική θεωρία της σχετικότητας** που ασχολείται κυρίως με τις βαρυτικές δυνάμεις και τις αλληλεπιδράσεις τους. Ορισμένα από τα συμπεράσματα των θεωριών του Einstein έχουν επιβεβαιωθεί πειραματικά.

Ένα πρώτο συμπέρασμα της θεωρίας του Einstein είναι ότι είναι αδύνατη η επιτάχυνση ενός σώματος μέχρι ή πέραν της ταχύτητας του φωτός στο κενό, c . Μερικά σωματίδια όπως τα φωτόνια και τα νετρίνα ταξιδεύουν ακριβώς με την ταχύτητα του φωτός, πλην όμως αυτό δεν σημαίνει ότι επιταχύνθηκαν για να αποκτήσουν αυτή την ταχύτητα αλλά ότι γεννώνται με αυτή.

Ο παραπάνω περιορισμός της ταχύτητας αναγκαστικά αναθεωρεί ορισμένες σχέσεις της Φυσικής όπως εκείνη της προσθέσεως των ταχυτήτων. Σαν παράδειγμα ας υποθέσουμε έναν ακίνητο παρατηρητή και ένα σύστημα αναφοράς μετακινούμενο προς το μέρος του με ταχύτητα v . Επί πλέον έστω και αντικείμενο μετακινούμενο με ταχύτητα u' ως προς το σύστημα αναφοράς και κατά την διεύθυνση κινήσεως του συστήματος. Η κλασική Μηχανική λέει ότι η ταχύτης του αντικειμένου ως προς τον πα-

ρατηρητή θα είναι $u = v + u'$. Εάν όμως σαν αντικείμενο λαμβάνονταν μια ακτίνα φωτός που τρέχει με ταχύτητα c τότε ο παρατηρητής θα την έβλεπε να τρέχει με ταχύτητα $u = c + v$ γεγονός που δεν τοδέχεται η θεωρία της σχετικότητας. Σύμφωνα με αυτήν η ταχύτητα u δίδεται από την σχέση:

$$u = \frac{u' + v}{1 + (u'v/c^2)} \quad (1.1)$$

Έτσι εάν $u' = c$ η 1.1 δίδει και $u = c$ δηλαδή η ακτίνα του φωτός ή σώματος που τρέχει με την ταχύτητα του φωτός είναι πάντα c , ανεξάρτητα από το σύστημα αναφοράς ως προς το οποίο μετράται.

Ένα δεύτερο σπουδαίο αποτέλεσμα της ειδικής θεωρίας της σχετικότητας είναι ότι η μάζα ενός σώματος εξαρτάται από την ταχύτητά του. Εάν m_0 είναι η μάζα ηρεμίας του σώματος και v η ταχύτης του τότε η μάζα του θα είναι:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}} \quad (1.2)$$

Εάν το $v \ll c$ τότε $m = m_0$ δηλαδή ό,τι δίδει και η κλασική Μηχανική.

Μία τρίτη σπουδαία πρόβλεψη της θεωρίας του Einstein λέει ότι μάζα και ενέργεια είναι δύο διαφορετικές όψεις της αυτής φυσικής οντότητας συνδεόμενες με την σχέση:

$$E = mc^2 \quad (1.3)$$

Εάν συνδυάσουμε τις (1.2) και (1.3) προκύπτει η:

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}} \quad (1.4)$$

Σε περίπτωση που $v = 0$ τότε:

$$E_0 = m_0 c^2 \quad (1.5)$$

όπου E_0 παριστά την ενέργεια που είναι αυθύπαρκτη σε ένα σώμα με μάζα ηρεμίας m_0 . Έτσι εάν 1 u μετατραπεί σε ενέργεια, θα αποδώσει 931.48 (~931.5) MeV.

Εάν από την ολική ενέργεια E αφαιρέσουμε την ενέργεια E_0 της μάζας ηρεμίας, προκύπτει η κινητική ενέργεια του σώματος T .

$$T = E - E_0 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}} - 1 \right) \quad (1.6)$$

Εάν αναλύσουμε τον πρώτο όρο της παρενθέσεως σε δυναμοσειρά του v^2/c^2 έχουμε τελικά:

$$T = m_0 c^2 \left(\frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8} \frac{v^4}{c^4} + \dots \right)$$

Εάν v/c πολύ μικρό, όπως στην περίπτωση της κλασικής Μηχανικής προκύπτει η γνωστή σχέση

$$T = \frac{1}{2} m_0 v^2$$

διότι οι όροι v^4/c^4 κτλ. λαμβάνουν πολύ μικρές τιμές και μπορούμε να μην τους λάβουμε υπόψη. Για ταχύτητες όπου πρέπει να χρησιμοποιείται η σχετικιστική Μηχανική η κλασική σχέση μεταξύ κινητικής ενέργειας και ορμής, $T = p^2/2m_0$, αντικαθίστανται από την:

$$T = m_0 c^2 \left[1 + \left(\frac{p}{m_0 c} \right)^2 \right]^{1/2} - m_0 c^2 \quad (1.7)$$

Η σχετικιστική εξίσωση η οποία συνδέει την ολική ενέργεια E και την ορμή p είναι η:

$$E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2 \quad (1.8)$$

Από την ανωτέρω εξίσωση προκύπτουν δύο χρήσιμα συμπεράσματα. Το πρώτο αφορά τα σωματίδια όπως τα φωτόνια που έχουν μάζα ηρεμίας $m_0 = 0$. Γι' αυτά αμέσως προκύπτει ότι:

$$p = \frac{E}{c} \quad (1.9)$$

Το δεύτερο συμπέρασμα είναι ότι η ολική ενέργεια μπορεί να έχει και αρνητικές τιμές όπως προκύπτει από την (1.8) διότι:

$$E = \pm \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2} \quad (1.10)$$

Η παραπάνω σχέση είναι χρήσιμη στην ερμηνεία διαφόρων φαινομένων στην Φυσική των στοιχειωδών σωματιδίων.

1.4. Σωματιδιακή φύση της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας

Είναι γνωστό από πειράματα ότι η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία έχει κυματικές ιδιότητες όπως της συμβολής και διάθλασης. Άλλα πειράματα όμως όπως του φωτοηλεκτρικού φαινομένου υποδεικνύουν ότι η ενέργεια της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας έχει ασυνεχή υφή ή αλλιώς είναι **κβαντισμένη**.

Ο Einstein βασιζόμενος στην εργασία του Planck θεώρησε ότι η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία δεν είναι μία συνεχής ομαλή ροή ενεργείας αλλά μία σειρά ασυνεχών «πακέτων» ενεργείας. Η ενέργεια κάθε πακέτου που είναι γνωστό και σαν **φωτόνιο** ή **κβάντο** (quantum) αυξάνει με τη συχνότητα της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας ν και

συνδέονται με την σχέση:

$$E = h\nu \quad (1.11)$$

όπου h σταθερά ή σταθερά του Planck ($h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$).

Σύμφωνα με την ειδική θεωρία της σχετικότητας ενέργεια $h\nu$ είναι ισοδύναμη με σχετικιστική μάζα

$$m = \frac{h\nu}{c^2}$$

διότι $E = h\nu = mc^2$.

Γνωρίζουμε επίσης ότι σώμα μάζας m και ταχύτητας v έχει ορμή $p = mv$. Επομένως στην περίπτωση του φωτονίου επειδή $\nu = c$ και $c = v \cdot \lambda$.

$$p = m \cdot v = \frac{h\nu}{c^2} \cdot c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (1.12)$$

δεικνύει ότι ένα φωτόνιο ενεργείας $h\nu$ έχει και ορμή ίση με

$$\frac{h}{\lambda}$$

Το 1924 ο Louis de Broglie έκανε την υπόθεση ότι τα υλικά σωματίδια παρουσιάζουν και κυματική υφή. Ο de Broglie θεώρησε ότι η κίνηση ενός σωματιδίου καθορίζεται από τον τρόπο διαδόσεως των **οδηγών κυμάτων** που το υποκαθιστούν. Όπως στα φωτόνια έτσι και στα σωματίδια, σε σωματίδιο μάζας m αντιστοιχεί μήκος κύματος λ (το μήκος κύματος de Broglie) ώστε:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{2m_0 T} \left[1 + \frac{T}{2m_0 c^2} \right]^{-1/2}$$

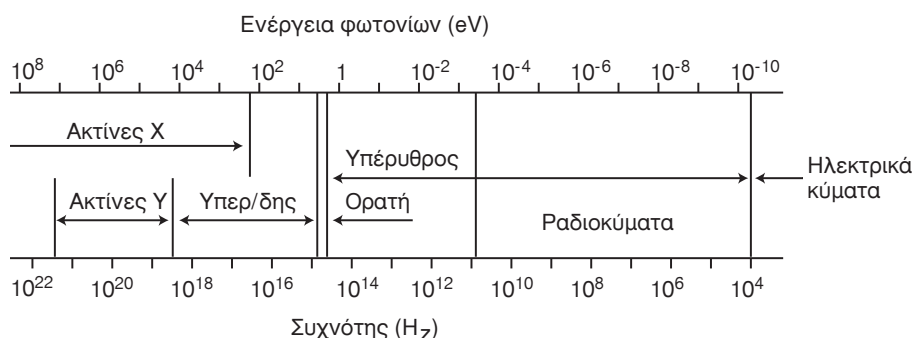
όπου T η κινητική ενέργεια του σωματιδίου και m_0 η μάζα ηρεμίας του. Εάν $v \ll c$ τότε η παραπάνω σχέση απλοποιείται στην:

$$\lambda = \frac{h}{m_0 v} \quad (1.13)$$

Η ταχύτης του σωματιδίου v είναι διαφορετική από την ταχύτητα διαδόσεως u , του συνδεδεμένου κύματος ή κυμάτων, που ονομάζεται φασική ταχύτης. Οι ταχύτητες v και u συνδέονται με την σχέση:

$$uv = c^2$$

οπότε είναι δυνατόν η φασική ταχύτης u να παίρνει τιμές μεγαλύτερες του c . Τέλος όπως ο N. Bohr το εξέφρασε, ισχύει η αρχή της συμπληρωματικότητας: πλήρης περιγραφή της ύλης ή της ενέργειας απαιτεί και την σωματιδιακή και την κυματική υφή της. Η μία συμπληρώνει την άλλη.



Σχήμα 1.2. Ηλεκτρομαγνητικές ακτινοβολίες.

1.5. Το φάσμα της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας

Οι γνωστές ηλεκτρομαγνητικές ακτινοβολίες μπορούν να καταταγούν σε κλίμακα, ανάλογα με την ενέργεια των φωτονίων τους ή την συχνότητά τους ή το μήκος κύματος (Σχήμα 1.2). Η κλίμακα αυτή αποτελεί το φάσμα των ηλεκτρομαγνητικών ακτινοβολιών. Το φάσμα διαιρείται σε διάφορες περιοχές αλλά δεν υπάρχουν σαφή όρια μεταξύ των περιοχών. Το εύρος συχνοτήτων των ηλεκτρομαγνητικών ακτινοβολιών είναι τεράστιο. Οι ηλεκτρικές γραμμές ακτινοβολούν ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία συχνότητας 50 ή 60 Hz, αλλά δεν είναι δύσκολο να παραχθεί ακτινοβολία μικρότερης συχνότητας, ώστε πρακτικά το χαμηλότερο όριο συχνότητας του φάσματος είναι περίπου το μηδέν. Η ενέργεια των φωτονίων του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος σε eV με το μήκος κύματος σε nm συνδέονται με την σχέση:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \quad \text{και} \quad E(eV) = \frac{1240}{\lambda(nm)} \quad (1.14)$$

Από όλο το φάσμα η ζώνη του ορατού φως καταλαμβάνει μια μικρή περιοχή που είναι από τις καλύτερα αφοριζόμενες, διότι το ανθρώπινο μάτι βλέπει σε καθορισμένο εύρος μήκους κύματος (400-700 nm).

1.6. Αρχή της αβεβαιότητας

Κατά την κλασική Μηχανική είναι δυνατός ο ταυτόχρονος προσδιορισμός της ορμής και της θέσεως ενός σώματος ή συστήματος του οποίου η μελλοντική συμπεριφορά θα καθορίζεται από τα πεδία των δυνάμεων που θα επιδράσουν σ' αυτό.

Πλην όμως η για πειραματικές ανάγκες εισαχθείσα κυματική φύση της ύλης σύμφωνα με την οποία σώμα ορμής $m v$ συνοδεύεται από κύμα με μήκος κύματος

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

(de Broglie, 1925) οδηγεί σε αδυναμία ακριβούς προσδιορισμού της θέσεως ενός σώματος διότι αυτό δεν είναι παρά άθροισμα κυμάνσεων στο χώρο. Το 1927 ο Heisenberg εισήγαγε την ομόνυμη αρχή η οποία εκφράζει την αδυναμία της ακριβούς ταυτόχρονης μέτρησης της θέσης και της ορμής ενός σώματος. Ποσοτικά αυτό εκφράζεται από την σχέση:

$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \frac{h}{2\pi} = \hbar \quad (1.15)$$

Η αρχή μπορεί επίσης να γραφεί με την μορφή $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$ όπου E η κατάσταση ενεργείας του σώματος και t ο χρόνος παραμονής σ' αυτήν την κατάσταση. Εδώ το σύμβολο Δ πρέπει να διαβάζεται σαν «η αβεβαιότητα στην». Πρέπει να σημειωθεί ότι η αρχή της αβεβαιότητας δεν είναι αποτέλεσμα ατέλειας των μετρήσεων αλλά αυθύπαρκτη φυσική ιδιότητα των σωμάτων ή συστημάτων. Η έννοια της (1.15) μπορεί να γίνει αντιληπτή με ένα ιδεατό πείραμα. Έστω ότι θέλουμε να «δούμε» την ακριβή θέση ενός ηλεκτρονίου. Αυτό σημαίνει ότι θα φωτισθεί με ένα τουλάχιστον φωτόνιο. Αλλά στον μικρόκοσμο ηλεκτρόνιο και φωτόνιο είναι οντότητες της αυτής τάξεως μεγέθους, ο φωτισμός του ηλεκτρονίου από το φωτόνιο προϋποθέτει σύγκρουση και επομένως μεταβολή της ορμής.