

# 2

---

## ΚΥΜΑΤΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

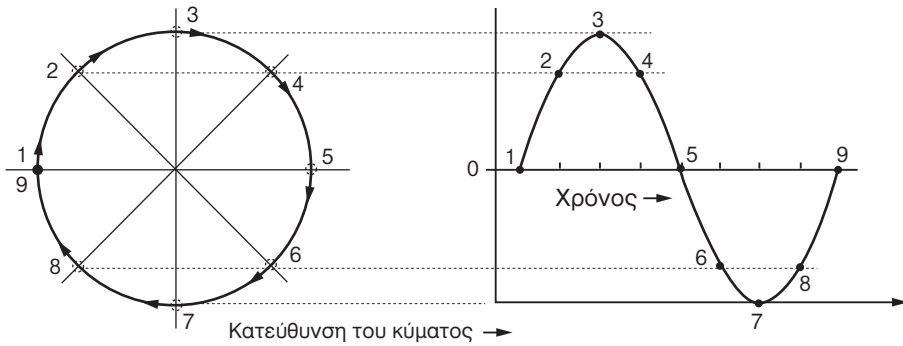
### 2.1. Βασικές αρχές του κύματος

Η λέξη κύματα συνδέεται πάντα με το μέσο διάδοσης, στο οποίο τα κύματα δημιουργούνται και μεταδίδονται. Στην περίπτωση ηχητικών κυμάτων, που αποτελούν ένα είδος ελαστικών κυμάτων, το μέσο διάδοσης μπορεί να αποτελείται από στερεά, υγρά ή αέρια. Το μέσο αυτό χαρακτηρίζεται κυρίως από την αδράνεια και την ελαστικότητα.

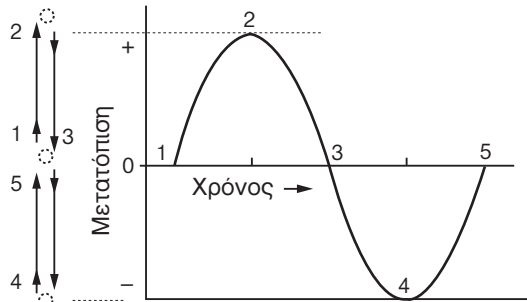
Αν κάποιο μόριο του μέσου μετακινηθεί εξαιτίας κάποιας εξωτερικής δύναμης από τη θέση ηρεμίας όπου βρισκόταν, λόγω της ελαστικότητας του μέσου, μετά από κάποια ελεύθερη διαδρομή θα αναγκαστεί να κινηθεί αντίστροφα. Λόγω της αδράνειας όμως, αντί να σταματήσει στο σημείο ηρεμίας, θα μετακινηθεί πέρα από το σημείο αυτό, μέχρι που η κινητική του ενέργεια (λόγο αδράνειας) θα μετατραπεί σε δυναμική ενέργεια της ελαστικότητας του μέσου. Ένα μέρος της κινητικής ενέργειας θα μεταδοθεί στα γειτονικά μόρια, μεταφέροντας έτσι την ενέργεια πέρα από το αρχικό σημείο, ενώ ένα μέρος της ενέργειας αυτής θα μετατραπεί σε θερμότητα τριβής με τα γειτονικά μόρια.

Επειδή κάθε μόριο που βρίσκεται ποιο μακριά από τη πηγή σε σχέση με ένα άλλο που προηγείται καθυστερεί να κινηθεί ή όλη εικόνα (αν ήταν ορατή) δείχνει μια κατάσταση του μέσου σαν να κινείται με μια συγκεκριμένη ταχύτητα, όπως πχ. τα κύματα πάνω στη επιφάνεια του νερού. Έτσι τη κίνηση αυτή την ονομάζουμε κυματική κίνηση ή απλά *κύματα*.

Ας δούμε τώρα την κίνηση του μορίου, σε σχέση με τη μεταφορά ενέργειας, δηλαδή τη μετάδοση του κύματος. Έτσι αναγνωρίζονται τριών ειδών κύματα: *διαμήκη, εγκάρσια και δινοκύματα*.

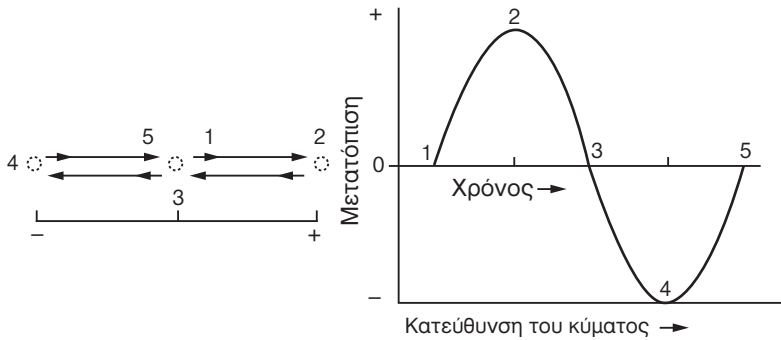


(Α) Κυκλική κίνηση μορίων, χαρακτηριστική για κύματα πάνω στο νερό



Η διεύθυνση του κύματος είναι κάθετη προς τον οριζόντιο άξονα

(Β) Εγκάρσια κίνηση μορίων, χαρακτηριστική για τις χορδές



(Γ) Διαμήκης κίνηση μορίων, χαρακτηριστική για κύματα στον αέρα

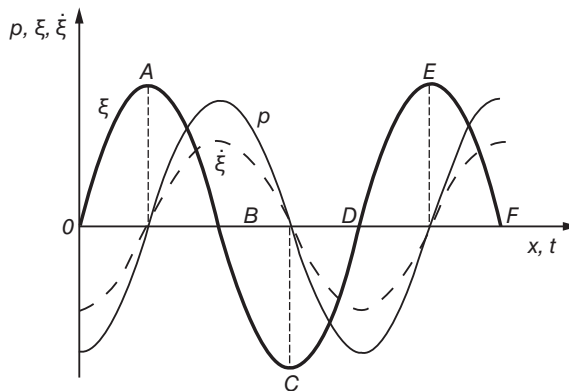
**Σχήμα 2.1.** Τρόποι κίνησης μορίων του μέσου που οδηγούν σε διαφορετικά είδη κυμάτων.

Στα διαμήκη κύματα, η κίνηση των μορίων γίνεται προς τη διεύθυνση του κύματος, στα εγκάρσια, κάθετα προς το κύμα και στα διονοκύματα πάνω στο τόξο του κύκλου, σε επιφάνεια κάθετη προς το κύμα (βλ. σχ. 2.1). Στα επιμήκη κύματα ανήκουν και τα ηχητικά κύματα, τα οποία μεταδίδονται σε στερεά, υγρά και αέρια. Εγκάρσια κύματα δημιουργούνται κυρίως σε χορδές, καθώς και σε ράβδους και πλάκες.

## 2.2. Γραφική παράσταση της κίνησης του μορίου

Η μορφή του κύματος, που καθορίζεται από το μέγεθος  $\xi$  της μετατόπισης των μορίων του μέσου σε καθορισμένη στιγμή της διαδρομής του κύματος φαίνεται στο σχήμα 2.1, όπου στον οριζόντιο άξονα έχουμε το μήκος της διαδρομής του κύματος, ενώ στον κάθετο, την μετατόπιση των μορίων. Στο εγκάρσιο κύμα τη μετατόπιση προς τη μια πλευρά της πορείας τη θεωρούμε ως θετική, ενώ προς την άλλη, ως αρνητική. Για τα διαμήκη κύματα, όπου τα μόρια δονούνται προς τη διεύθυνση (πορεία) του κύματος θα πρέπει να θεωρήσουμε (σαν αρχή) την μετατόπιση τους ως θετική, ενώ στην αντίθετη περίπτωση, ως αρνητική. Είναι βολικό τη θετική πορεία να την ταυτίσουμε με τη θετική πλευρά του άξονα  $x$ , δηλαδή προς την πορεία του κύματος (βλ. σχ. 2.1)

Το παρακάτω διάγραμμα παριστάνει την κατάσταση μιας χορδής σε μια συγκεκριμένη στιγμή, πχ. στη δεδομένη στιγμή ένα μέρος της χορδής, μεταξύ των σημείων  $O$  και  $B$  είναι μετατοπισμένη προς τα πάνω από τη θέση ηρεμίας και στο κομμάτι  $B D$  είναι μετατοπισμένη προς τα κάτω.



**Σχήμα 2.2.** Διάγραμμα μετατόπισης μορίου  $\xi$ , ταχύτητας μορίου  $\dot{\xi}$ , και ακουστικής πίεσης  $p$  ενός επίπεδου ημιτονοειδούς κύματος.

Σε σχέση με τα επιμήκη κύματα (πχ. ηχητικά κύματα στο αέρα), το θετικό μέρος του κάθετου άξονα του διαγράμματος αντιπροσωπεύει τη θετική μετατόπιση των μορίων προς τη διεύθυνση του κύματος (κομμάτι O-B) και το αρνητικό την αντίστροφη κατεύθυνση (κομμάτι B-D).

Από το διάγραμμα φαίνονται επίσης τα σημεία της ελάχιστης και μέγιστης πίεσης. Επειδή μεγαλύτερη πίεση σημαίνει μεγαλύτερος αριθμός μορίων σε μονάδα όγκου, το σημείο B του σχήματος αντιπροσωπεύει τη μέγιστη πίεση, γιατί συγκεντρώνονται εκεί τα μόρια του μέσου που κινούνται προς τα εμπρός (θετικά) καθώς και τα μόρια που κινούνται (επιστρέφουν) προς τα πίσω (αρνητικά) από το μέρος B-D. Στο σημείο D αυτό το φαινόμενο αντιστρέφεται και η πίεση είναι ελάχιστη. Με την ίδια λογική βγαίνει το συμπέρασμα ότι στα σημεία A και C η πίεση δεν αλλάζει. Στο ίδιο διάγραμμα λοιπόν μπορεί να χαραχθεί, μαζί με την καμπύλη μετατόπισης  $\xi$  και η *καμπύλη της ακουστικής πίεσης*  $p$  (λεπτή γραμμή). Επίσης είναι δυνατή η απεικόνιση της ταχύτητας των μορίων  $\dot{\xi}$  (διακεκομμένη γραμμή).

Πρέπει να σημειωθεί ότι τα παραπάνω αναφέρονται στην ειδική περίπτωση κυμάτων που δημιουργούνται από ημιτονοειδή ταλάντωση των μορίων.

Βλέποντας την εικόνα του κύματος μέσα στο χώρο, θα μπορούσαμε να ξεχωρίσουμε εκείνα τα μόρια που είναι σε φάση μεταξύ τους, απέχουν το ίδιο από τη πηγή και αποτελούν έτσι ένα γεωμετρικό σύνολο στο χώρο το οποίο ονομάζεται *μέτωπο του κύματος*. Για κύματα που διαδίδονται από μια σημειακή πηγή, εξίσου προς όλες τις κατευθύνσεις, τα μέτωπα τους βρίσκονται πάνω σε επιφάνειες ομοκεντρικής σφαίρας. Τα κύματα αυτά ονομάζονται *σφαιρικά κύματα*.

Σε μεγάλη απόσταση από τη πηγή οι επιφάνειες αυτές μοιάζουν με επίπεδα. Το μέτωπο του κύματος θα μοιάζει λοιπόν με μια επίπεδη επιφάνεια, κάθετη προς την διεύθυνση του κύματος. Τέτοια κύματα ονομάζονται *επίπεδα κύματα*.

Ένα άλλο μέγεθος που συνδέεται με το κύμα είναι η *ακτίνα* που ορίζεται ως διαδρομή ενός μόνο σημείου του κύματος. Για τα κύματα που διαδίδονται χωρίς εμπόδια η ακτίνα αποτελείται πάντα από μια ευθεία που ξεκινάει από την πηγή και είναι κάθετη προς το μέτωπο του κύματος.

Έτσι, το *μήκος κύματος*  $\lambda$  ονομάζεται η απόσταση μεταξύ δύο γειτονικών (κοντινότερων) σημείων, πάνω στην ακτίνα που έχουν την ίδια φάση.

### 2.3. Η αρχή του Huygens

Ένα από τα πιο βασικά θεωρήματα που αφορούν τη διάδοση των οποιονδήποτε κυμάτων είναι το θεώρημα του Huygens (1629-1695), το οποίο, παρά την κάποια μαθηματική ανακρίβεια επιτρέπει τη μελέτη συμπεριφοράς ενός κύματος σε οποιοσδήποτε συνθήκες.

Το θεώρημα αυτό λέει ότι, “κάθε σημείο του μετώπου ενός κύματος μπορεί να θεωρείται ως πηγή ενός πρωτογενούς κύματος”. Η περιβάλλουσα των κυμάτων αυτών αποτελεί την επόμενη θέση του νέου μετώπου του κύματος το οποίο και έδωσε την αρχή σε αυτά τα κύματα. Για να δούμε την κατάσταση του κύματος μετά από το πέρας του χρόνου  $t$ , σχηματίζουμε από κάθε σημείο του μετώπου του κύματος κύκλους με ακτίνα  $ct$ , όπου το  $c$  – ταχύτητα του ήχου. Η περιβάλλουσα των κύκλων αυτών καθορίζει τη νέα θέση του μετώπου του κύματος σε απόσταση  $ct$  από την προηγούμενη θέση.

Τα παραπάνω ισχύουν μόνο με τις παρακάτω προϋποθέσεις:

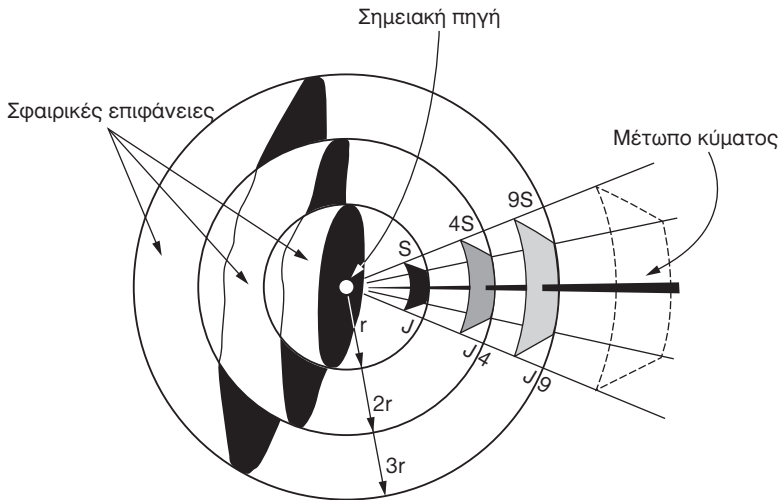
- α) τα πρωτογενή κύματα αποδίδονται μόνο στο σημείο επαφής με τη περιβάλλουσα. Σε αντίθετη περίπτωση η ενέργεια που φέρουν τα κύματα θα διασκορπιζόταν στο μέσο, αντί να συγκεντρώνεται πάνω στο νέο μέτωπο.
- β) το κύμα, σύμφωνα με το παραπάνω σκεπτικό, που θα τρέχει προς την αντίθετη κατεύθυνση με το κυρίως κύμα θα πρέπει να απορριφθεί, διότι σε ανοιχτό χώρο δεν υπάρχει διάδοση κύματος προς τη πηγή.

### 2.4. Ο νόμος του αντιστρόφου των τετραγώνων

Στην περίπτωση σφαιρικών κυμάτων η ενέργεια είναι ισοκατανεμημένη σε όλη την επιφάνεια του μετώπου του κύματος. Αν παραβλέψουμε τις απώλειες, τότε σε μια επόμενη θέση η ίδια ενέργεια θα κατανεμηθεί σε μεγαλύτερη επιφάνεια. Επειδή η επιφάνεια της σφαίρας αυξάνει ανάλογα με το τετράγωνο της ακτίνας, η ποσότητα ενέργειας που αντιστοιχεί σε μονάδα επιφάνειας (επιφανειακή πυκνότητα ενέργειας) μειώνεται ανάλογα με το τετράγωνο της απόστασης από την πηγή. Από την άλλη μεριά η ενέργεια είναι ανάλογη προς το τετράγωνο του πλάτους της ακουστικής πίεσης (η το τετράγωνο του πλάτους της μοριακής ταχύτητας) και έτσι τα δύο αυτά μεγέθη αλλάζουν αντιστρόφως ανάλογα με την απόσταση από την πηγή.

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} \left[ \frac{W}{m^2} \right] \quad (2.1)$$

όπου,  $I$  – ένταση του ήχου,  $P$  – ακουστική ισχύς της πηγής,  $r$  – απόσταση από την πηγή

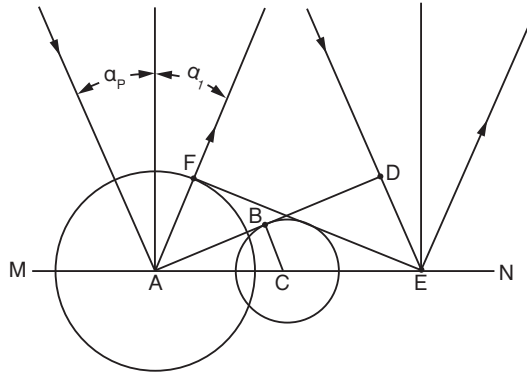


**Σχήμα 2.3.** Μείωση της έντασης του ήχου κατά την αύξηση της απόστασης από την πηγή ( $S$  – επιφάνεια σφαίρας,  $I$  – ένταση του ήχου,  $r$  – ακτίνα της σφαίρας).

## 2.5. Ανάκλαση κυμάτων

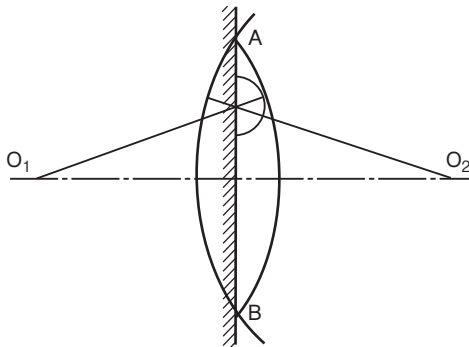
Τα φαινόμενα που δημιουργούνται τη στιγμή που τα κύματα πέφτουν πάνω σε εμπόδιο εξαρτώνται από το μέγεθος του εμποδίου σε σχέση με το μήκος αυτών των κυμάτων. Αν το εμπόδιο είναι μεγάλο σε σχέση με το μήκος κύματος, τότε δημιουργείται ανάκλαση και πίσω από το εμπόδιο δημιουργείται σκιά. Το σχήμα του εμποδίου επιδρά και στο σχήμα του ανακλωμένου κύματος. Για να βρεθεί το σχήμα και η κατεύθυνση του ανακλωμένου κύματος ας χρησιμοποιήσουμε το σχήμα 2.4 που βασίζεται από την αρχή του Huygens.

Το ηχητικό κύμα πέφτει πάνω σε εμπόδιο M-N. Το A-D είναι το μέτωπο του κύματος που πέφτει πάνω στο εμπόδιο τη στιγμή που το ένα μόνο μέρος του το αγγίζει. Αν το σημείο αυτό το θεωρήσουμε ως πηγή νέου κύματος



**Σχήμα 2.4.** Ανάκλαση επίπεδου κύματος από μια επιφάνεια.

(αρχή του Huygens), τότε στη χρονική διάρκεια που απαιτείται για να διανύσει το σημείο D την απόσταση D-E, το νέο κύμα θα κάνει την ίδια διαδρομή, κάνοντας ένα ημικύκλιο με ακτίνα ED και κέντρο το σημείο A. Ένα άλλο σημείο πάνω στο μέτωπο του κύματος, πχ. το σημείο B, μόλις φτάσει στο εμπόδιο θα αποτελέσει ένα νέο πρωτογενή κύμα που θα διανύσει την απόσταση DE-BC προτού το σημείο D του μετώπου θα φτάσει στο σημείο E. Κάνοντας και πάλι ένα ημικύκλιο με ακτίνα DE - BC και κέντρο το σημείο C. Κάνοντας το ίδιο και με άλλα σημεία του μετώπου θα έχουμε μια σειρά από ημικύκλιους που θα αποτελούν τα νέα μέτωπα των κυμάτων, τη στιγμή που το σημείο D του μετώπου του αρχικού κύματος φτάσει στο εμπόδιο. Η περιβάλλουσα που θα συνδέει τα νέα αυτά μέτωπα θα αποτελεί το μέτωπο του ανακλώμενου κύματος EF που όπως φαίνεται δεν άλλαξε και το σχήμα του.



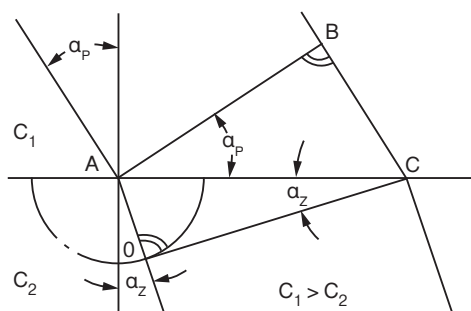
**Σχήμα 2.5.** Ανάκλαση σφαιρικού κύματος από μια επιφάνεια.

Το ίδιο συμβαίνει και με τα σφαιρικά κύματα. Στο σχήμα 2.4 βλέπουμε την ανάκλαση ενός σφαιρικού κύματος πάνω σε μια επίπεδη επιφάνεια.

Αν το εμπόδιο είναι μικρό σε σχέση με το μήκος κύματος που πέφτει πάνω του, δεν δημιουργείται ανάκλαση, ούτε σκιά. Τα κύματα παρακάμπτουν από όλες τις πλευρές το εμπόδιο και έτσι έχουμε το φαινόμενο της διάχυσης (διασποράς) του κύματος (διάχυτα κύματα).

## 2.6. Διάθλαση κυμάτων

Σε περίπτωση που το κύμα πέσει σε εμπόδιο που χωρίζει δυο μέσα διάδοσης με διαφορετικά χαρακτηριστικά, δημιουργούνται δύο κύματα: ένα ανακλώμενο κύμα και ένα το οποίο θα περάσει το εμπόδιο. Για το πρώτο κύμα ισχύουν όλα των προηγουμένων κεφαλαίων. Το δεύτερο κύμα, σε περίπτωση που οι ταχύτητες των κυμάτων είναι διαφορετικές για κάθε μέσο, θα περάσει στο άλλο μέσο με κάποια γωνία, όπως αυτά φαίνεται και στο σχήμα 2.6.



**Σχήμα 2.6.** Διάθλαση του κύματος πάνω στο πέρασμα σε άλλο μέσο.

Το φαινόμενο αυτό εξηγείται και πάλι με το θεώρημα του Huygens.

Ας υποθέσουμε, ότι σε ένα εμπόδιο που χωρίζει δύο μέσα πέφτει κύμα με ταχύτητα  $c_1$  υπό γωνία  $\alpha_p$  και ότι το σημείο A του μετώπου έχει φτάσει στο εμπόδιο (βλ. σχ. 2.6). Έτσι, μέχρι ένα άλλο σημείο, π.χ. το σημείο B του μετώπου φτάσει στο εμπόδιο (σημείο C, μετά το χρόνο  $BC/c_1$ ) το σημείο A, κινούμενο με ταχύτητα  $c_2$  στο άλλο μέσο, θα καλύψει την απόσταση  $BC(c_2/c_1)$ . Κάνοντας ένα ημικύκλιο με ακτίνα  $BC(c_2/c_1)$  από το σημείο A και ενώνοντας το σημείο αυτό με την εφαπτομένη από το σημείο C, δημιουργείται ένα μέτωπο CD του νέου κύματος στο άλλο μέσο.

Από τα τρίγωνα ABC και ACD βγαίνει, ότι  $AD/\sin\alpha_z = BC/\sin\alpha_p$ .



Όμως, επειδή  $AD = BC(c_2/c_1)$ , τότε,  $c_2/\sin\alpha_z = c_1/\sin\alpha_p$  οπότε,

$$\frac{\sin\alpha_p}{\sin\alpha_z} = \frac{c_1}{c_2} \quad (2.1)$$

Θέτοντας,  $c_2/c_1 = \mu$ , (2.2)  
όπου  $\mu$  - συντελεστής διάθλασης,

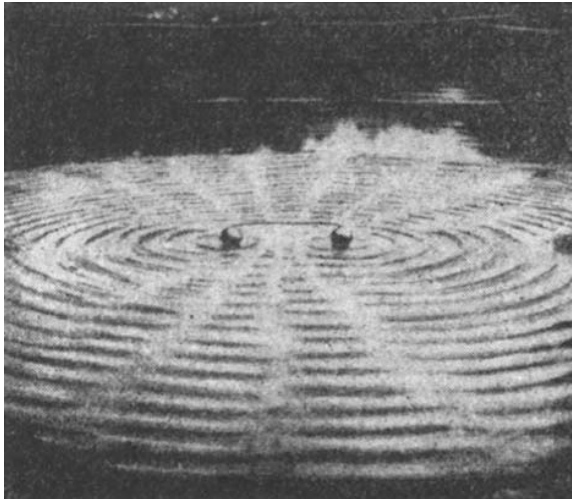
έχουμε:

$$\sin\alpha_p = \mu\sin\alpha_z \quad (2.3)$$

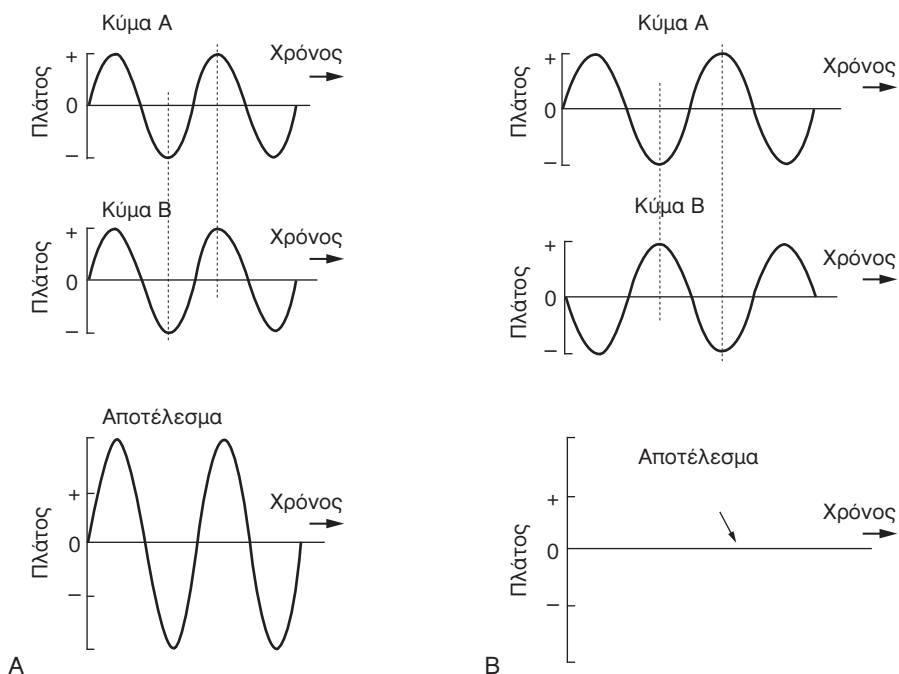
Η εξίσωση 2.3 αποτελεί και την μαθηματική έννοια του νόμου του Snell.

### 2.7. Αλληλοεπίδραση η συμβολή κυμάτων

Η αλληλοεπίδραση η συμβολή κυμάτων αποτελούν ένα φαινόμενο που εξετάσε και παρουσίασε ο T. Young (1773-1829). Ο Young, κατά την παρατήρηση των κυμάτων νερού, ανακάλυψε ότι στο ίδιο μέσο μπορούν να συνυπάρξουν δυο η και περισσότερα συστήματα κυμάτων, όπου η κίνηση κάθε μορίου είναι το αλγεβρικό άθροισμα κινήσεων από όλα τα συστήματα. Έτσι λοιπόν δυο διαφορετικά συστήματα αλληλεπιδρούν, ώστε στα σημεία που οι φάσεις είναι ίδιες, η συνισταμένη των μετακινήσεων να παρουσιάζει αύξηση, ενώ εκεί που οι φάσεις είναι αντίθετες η συνισταμένη τους να παρουσιάζει μείωση (σχήμα 2.7).



**Σχήμα 2.7.** Αλληλοεπίδραση κυμάτων.

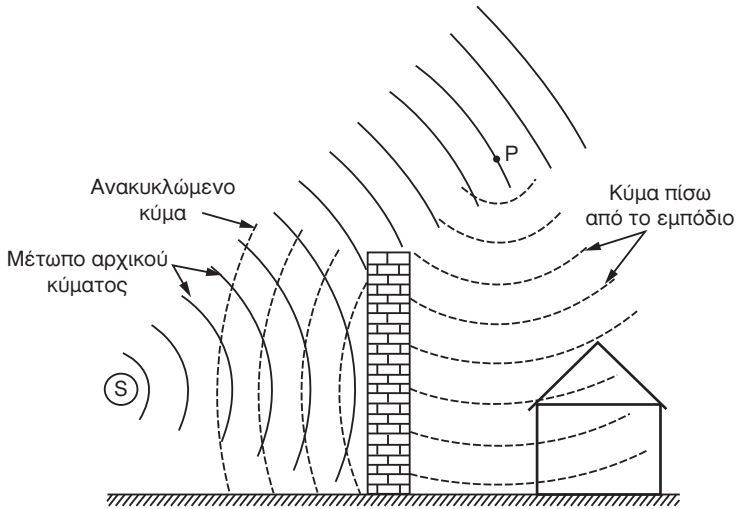


**Σχήμα 2.8.** Συμβολή (υπέρθθεση) κυμάτων: α) Τα κύματα A και B έχουν το ίδιο πλάτος και φάση, β) τα κύματα A και B έχουν το ίδιο πλάτος όμως η διαφορά φάσης είναι  $180^\circ$ .

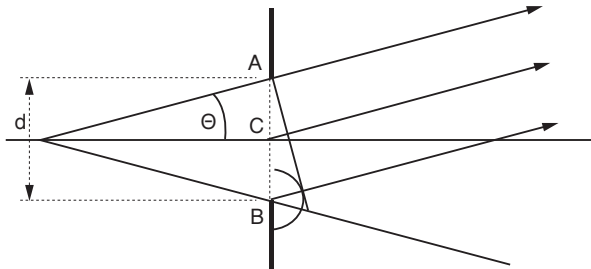
## 2.8. Περίθλαση κυμάτων

Έχει διαπιστωθεί, ότι κύματα που πέφτουν πάνω στην ακμή ενός εμποδίου περιθλώνται και περνάνε πίσω από αυτό. Αυτό έρχεται σε αντίθεση με την αρχική άποψη που έλεγε ότι τα ηχητικά κύματα διαδίδονται με ευθείες γραμμές και δημιουργούν πίσω από ένα εμπόδιο μια ακουστική σκιά. Το φαινόμενο αυτό μπορεί και πάλι να εξηγηθεί με τη θεωρία του Huygens (βλ. παρ. 2.3). Σύμφωνα με το θεώρημα, κάθε στιγμιαία θέση μετώπου ενός κύματος μπορεί να αποτελέσει έναν κοινό τόπο μικρών πρωτόγεννων πηγών που θα δημιουργήσουν νέο μέτωπο κύματος με αρχή την ακμή του παραπάνω εμποδίου (βλ. σχήμα 2.9).

Το φαινόμενο της περίθλασης γίνεται ιδιαίτερα έντονο όταν τα κύματα πέφτουν σε εμπόδια με στενές σχισμές ή ρωγμές και ιδιαίτερα σε αυτές που το πλάτος τους είναι συγκρίσιμο με το μήκος κύματος. Για να εξεταστεί



**Σχήμα 2.9.** Περίθλαση κύματος πάνω σε εμπόδιο.



**Σχήμα 2.10.** Περίθλαση κύματος πάνω σε σχισμή.

το μέγεθος της περίθλασης και κατά πόσο το πλάτος της σχισμής παίζει σημαντικό ρόλο ας δούμε ένα παράδειγμα που φαίνεται στο σχήμα 2.10.

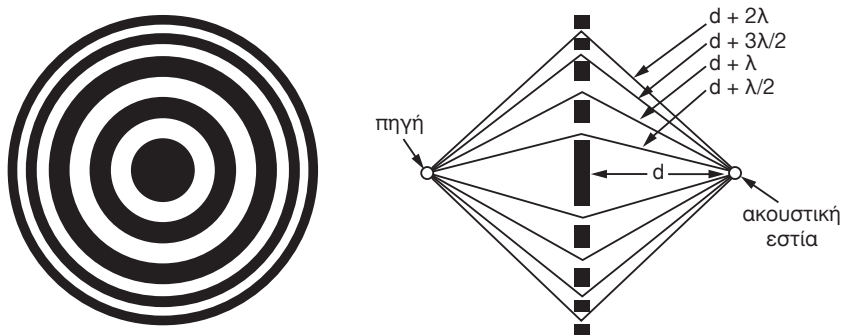
Ένα επίπεδο κύμα πέφτει πάνω σε σχισμή AB. Το μέγεθος της αναταραχής του μέσου σε οποιοδήποτε σημείο μετά από τη σχισμή εξαρτάται από το πλάτος και τη φάση των κυμάτων που προέρχονται από όλα τα σημεία του μετώπου του κύματος στη σχισμή. Για να μην υπάρχει επίδραση των επιμέρους πλατών, διαλέγεται ένα σημείο αρκετά απομακρυσμένο από τη σχισμή έτσι, ώστε με αρκετά μεγάλη ακρίβεια να θεωρηθεί ότι οι ακτίνες που φτάνουν σ' αυτή να είναι παράλληλες. Ας υποθέσουμε επίσης ότι, η

απόσταση του σημείου αυτού από την ακμή B είναι ένα μήκος κύματος  $\lambda$  μεγαλύτερη από την ακμή A. Για διαταραχές που προέρχονται από το σημείο A και από το κέντρο της σχισμής C είναι μετατοπισμένες μεταξύ τους κατά  $\lambda/2$ . Τα ίδια συμβαίνουν και στην περιοχή CB. Έτσι, οι διαταραχές αυτές αλληλοεξουδετερώνονται με αποτέλεσμα η συνισταμένη των διαταραχών να είναι μηδέν. Καθορίζοντας τη γωνία  $\theta$  μεταξύ της ευθείας που συνδέει το σημείο A με το σημείο παρακολούθησης και της ευθείας που είναι κάθετη προς την επιφάνεια της σχισμής, έχουμε την εξίσωση της γωνίας της διάθλασης που είναι:

$$\sin\theta = \lambda/d \quad (2.4)$$

όπου  $d$  – πλάτος σχισμής

Από τη παραπάνω σχέση φαίνεται ότι, όσο στενότερη είναι η σχισμή τόσο μεγαλύτερη είναι η γωνία περίθλασης  $\theta$ . Σε ακραία περίπτωση, όταν το πλάτος της σχισμής είναι ίδιο με το μήκος κύματος  $\lambda$ , η γωνία  $\theta$  είναι  $\pi/2$ , δηλαδή μετά από τη σχισμή τα κύματα διαχέονται προς όλες τις κατευθύνσεις. Η παραπέρα μείωση της σχισμής  $d$  δεν επηρεάζει την γωνία  $\theta$ . Αν όμως το πλάτος της σχισμής είναι αρκετά μεγαλύτερο από το μήκος  $\lambda$ , τότε έχουμε περισσότερες από μια κατευθύνσεις που οδηγούνται τα κύματα (βλ. σχήμα 2.11).



Σχήμα 2.11. Εστίαση του κύματος λόγω περίθλασης.